年報いわみざわ　7　(23～31) 1985

算数指導と児童の思考方略

根　本　　博

1. は　じ　め　に

授業は、指名された児童生徒の発言だけでなく、学級の児童全体の活動で展開されるものである。その全体が静かに考える時もあり、また元気に話し合う場面もある。ところで、熱心な先生の指導にありがちなのだが、次のような授業を見ることもある。発問が割合に多く、児童生徒も活発に発表して、スムーズに授業が済まされる、というものである。しかも彼等の発表にはあまり誤答がない。しかし、このような流暢な指導で、誤りが少ないということは果たして良いことであろうか。

生き生きとして活動したかに見える児童が、実は学級全体の大きな潮の流れに流されていたにすぎない場合も少なくないように思われる。

松原元一氏は、教師の発問について、それが児童生徒の発言内容を拘束してしまう程、影響を及ぼすことがある、として次のように述べている(1)

> 子どもに発言させる機会も多く与えてはいるが、それが子ども自身の考える内容よりも、教師自身の言葉を代弁させているに過ぎないことも多い。これは子どもの言葉であるよりもむしろ教師の発言の一部であろう。発言の内容が教師によって仕組まれてしまっているからである。

またこのような状況は、次のような事態も惹起する。児童生徒は学習課題や設問について、自らの経験の範囲内で、或いは経験に合わせて考えようとする。従って、彼等が勇気をもって投げかける疑問は時として授業者の実践計画のシナリオにないこともある。そのために案外本質的なことなのに、安易に片付けられてしまうことが多いのである。与えられた課題を何とか自分の問題にして、理解を深めようとする彼等の学習意欲や態度を無意識のうちに妨げてしまうことになるのである。すなわち、学習に対する児童自身の必要性や目的は、多くは教師によって位置づけられ、集中させられ、誘導されているのである。松原氏はさらに続けて、

> 子どもが応答する会話であっても、彼等の発言は短い語句に限られる。したがって子どもは断片的な語句を並べる習性を植えつけられる。知性の働きをばらばらにして思考を寸断する。これでは落ちついて全体の構想を洞察しつつ思考できるはずがない。

と述べている。(1)一見、活気に溢れる授業も、児童の側からすると、学習をさせられている、或いは学習していると思わせられている、そのように思われるのである。その結果、一般には算数、数学の学習は学校の教室の中でだけの出来事として受けとめられ、生きて働く知識として頭に止められていないことが多いのである。

しかし、少なくとも授業中の児童の目は、必死に何かを理解しようとしている。学習活動を個別的に観察してみると、シナリオにない素朴な疑問に象徴されるように実に多様である。そして、彼等の活動が、「求められている」答を出すということに限られてはいないことがよくわかる。

そこで本稿では、とかく教材研究やそれに基づく授業の設計に、熱心で入念なあまり、結果する（仕組まれた）授業の実際を観察し、その中で必死に考えようとしている児童の思考方略を探りながら、小

学校算数の指導で配慮すべき事柄について考察するのがねらいである。

2. 初等数学教育プログラムにおける問題

多くの教師は、算数・数学の学習で考え方や学び方の学習、すなわち判断の学習という質的な側面の学習が大切であることは十分認識している。ところで教科書に記述されている以上の事柄を、しかも、学級の一人ひとりの児童に確実に理解させるということになると、相当の時間を要する。ところが、年間の授業時数は限られているから、せめて教科書だけは消化した形で進級させなければならない。

いきおい前述したような円滑で流暢な算数・数学の指導傾向が現われるのであろう。（同時にこのような社会的背景も見逃し得ない事実ではあるが。）退屈する児童が出てくるのも当然である。算数・数学教育におけるこうした状況は、我が国に限ってのことではないようである。

L.G. Callahan氏（ニューヨーク州立大学）は、初等数学教育プログラムの緊急な問題（pressing problem）を、次のような観点から言及している。(2)

> 効果的な初等数学教育プログラムに望まれる認知的帰結は、'products' すなわち観察することができる数学的事実と、'process'すなわち子供たち自身によって構成される思考方略（thinking strategy）の調和的結合である。

そして、この調和と均衡を妨げる要因として、3つの'T'があることを指摘している。それらは、

(i) Time
(ii) Texts
(iii) Tests

である。児童の自然な思考方略を損ね、結果として算数・数学の学習に対する誤った認識を与えるこれらの要因の中で、冒頭述べた状況を生む重大な要因は、実際の指導上それとは離れ難い、また児童にとっても直接する(ii)Textsの問題である。我が国の場合、学習指導要領に即して編集されてはいるが、その展開は教師の裁量に委ねられ、ある程度の自由度は保証されている。事実、工夫された数種類の教科書の存在は、それを物語るものであるが、このことも念頭において、以下Callahan氏に従って(ii)を中心に若干の説明を加えることにする。

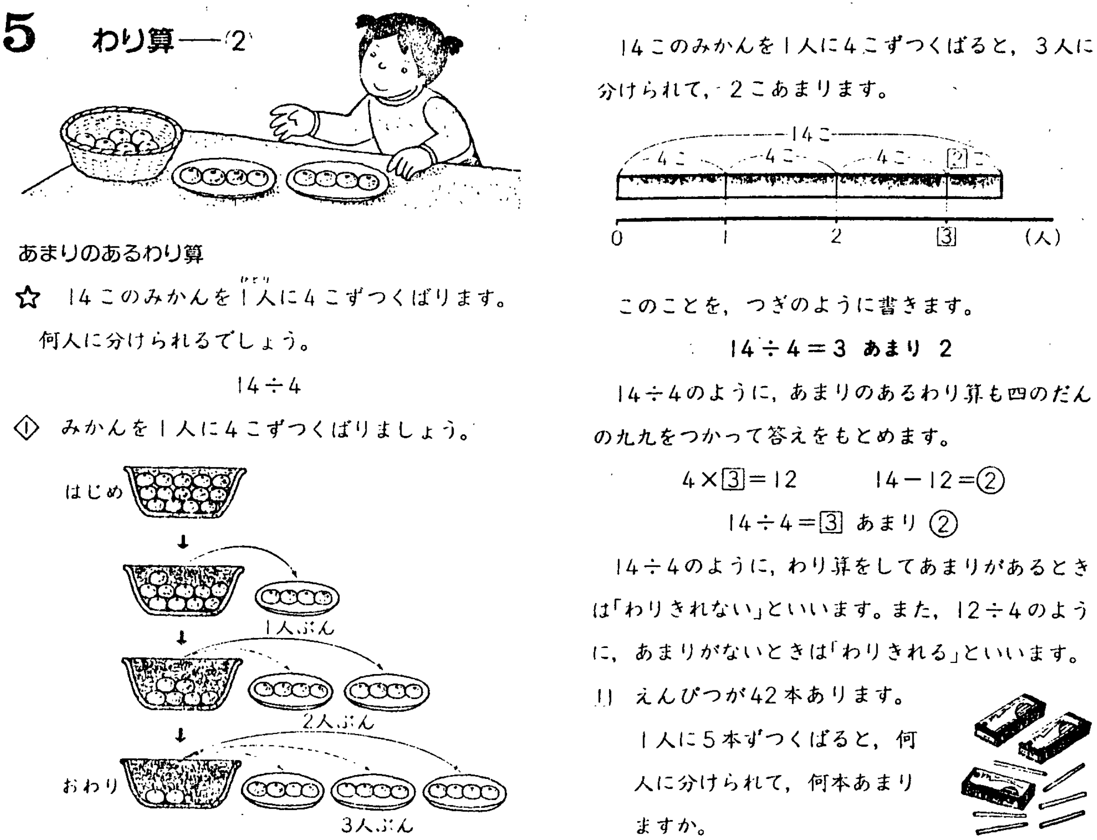
(i)Timeについては、二様の問題を内包する。その一つは、簡単に言えばこれこれの学習内容はいつ教えるのが最適かということで、いわゆる教授（内容）と児童の心理発達の関係についてである。両者は、相補的関係にあるから固定的に捉えず柔軟に考えるべきであるという、言わば時期の問題である。もう一つは、先に社会的要因（societal pressures）として述べた指導時間（数）の問題である。限られた範囲での指導では、児童の思考過程を促す活動は犠牲にされ、性急な'products'の押しつけになる。これは、児童からすれば、高い（損な）買い物であるに違いない。

次に、(iii)のTestsについては、確かに初等数学教育プログラムで大事な役割を担っていることは認められる。しかし、これに頼り過ぎると、プログラム自身'Tests'によって振りまわされるような事態に陥りがちである。同氏の言葉を借りれば、これは、'test-directed instructional management system'ということになるが、我が国における受験体制は、ある意味でこの危険を十分にはらんでいる。さらに、決定的な問題は、このシステムによって学習の過程がたった一つの数学的事実（a single mode of performance）に帰順させられてしまうということである。こうした事態は是非とも避けたいものである。

そして、(ii)のTextsについては、教科書の内容は、紙と鉛筆による計算技能に支配されている、と述べている。教材の精選、内容の充実等の実践研究を経た我が国の教科書について言えば必ずしもそうとは言えないが、凝縮したものであればあるほど、（表面的には）一方的単線的（unidirectional）な側面が目立つものである。W.W. Sawyerも「教科書の中には面白いことなどめったに出てこない。

だから、教科書ばかり読んでいれば、その事柄が退屈なものと考えられるようになってしまう」と述べている[3]。従って、先に述べた「せめて教科書だけは……」という指導方針は、例えば筆算の形式や文章題解決のパターン、或いは図形の定義など先行させ、その意味や理解そして概念の深化に不可欠な児童の認知過程に見合う判断の学習の機会を奪ってしまうことになる。

例えば、小学校三年生に、整数の除法に関する学習がある。次の引用はK社の教科書[4]であるが、素材に多少違いが見られるものの、この内容については、学年、展開とも他社における教科書と大概同じである。



5 わり算―(2)

あまりのあるわり算

☆ 14このみかんを1人に4こずつくばります。
何人に分けられるでしょう。

14÷4

① みかんを1人に4こずつくばりましょう。

14このみかんを1人に4こずつくばると，3人に分けられて，2こあまります。

このことを，つぎのように書きます。

14÷4＝3 あまり 2

14÷4のように，あまりのあるわり算も四のだんの九九をつかって答えをもとめます。

4×$\boxed{3}$＝12　　14－12＝2

14÷4＝$\boxed{3}$ あまり 2

14÷4のように，わり算をしてあまりがあるときは「わりきれない」といいます。また，12÷4のように，あまりがないときは「わりきれる」といいます。

1 えんぴつが42本あります。
1人に5本ずつくばると，何人に分けられて，何本あまりますか。

おそらく導入では、「12コのミカンを一人３コずつくばると何人に分けられるでしょう」という活動があると思われる。以下の展開のアウトラインは見当がつく。児童にとってまさしく無理のない展開であると考えられる。それだけに、既習の割り算（整除される場合）より少し難しい割り算としてしか位置づけられない。すなわち、危惧するところは学習活動がやはり‘work on paper-pencil computing’になってしまうということである。数学的には、除法の基本定理に関わるこの学習内容の目的は、整除されない場合の除法の可能性、可能とするための条件の吟味であると言えよう。しかし、上のような位置づけでは、次時で為される「余り」と「除数」の関係も、事実としては観察できるものの、「余り」について何故その関係が成立するのか説明できない。そのために、30÷４＝６…６を（４×６＋６＝30なのに）否定されて悩む児童も現われるのである。

つまり、教科書には教えるべきことは暗示されてはいても、学習すべきことがすべて示されているとは限らない。むしろ、児童が学習したいと望んでいる事は、教科書に書かれていない（行間にある）ことなのではないだろうか。L.G. Callahan氏の述べるところは、ここでも当嵌る[2]。

> Current textual development tends to focus students' attention on the trees (digit-to-digit processing) before they are aware of the forest (holistic ideas of numbers and operations).

Whitehead suggested that curricular experiences should be cyclical in design and move from romance to precision to generalization. Primary mathematics textbooks are not very romantic, move too quickly to precision, and offer little opportunity for generalization.

確かに、整除される場合の割り算よりは難しいかも知れない。しかし、ここではそのような'trees'だけを見るのではなく、除法という概念の拡張により、整除される場合の特殊性（$a=bq+r$，$(a \geqq b)$で$r=0$）に気づき、それを包含する'forest'の意識化を目途すべきではないだろうか。この際、「割り算は、同じ数ずつ分けられるだけ分けるときに使うのに、分けられなくても使えるのだろうか」、「２人に分けられて６コ残る。それなら、14÷４＝２…６でもいいのではないだろうか」等々児童の疑問は大切にすべきであろう。

同氏も強調するように、'精確'に性急であり過ぎ、形式が先行して一般化のプロセスが見えない。無駄を省き過ぎたという憾みはあるが、これは「教科書」の問題ではなくて、私たち数学教師の問題であるかも知れない。

3. 児童の思考方略 thinking strategy を妨げるもの

実践授業の良し悪しは、単に展開の上辺だけの観察で判定できるものではない。重要なのはあくまでも児童のその学習に対する関わり、あるいは深まり方である。それが、教科書に書かれている数学的事実の習得に終始する状況では、達成に必然的限界を生じる。事実、教師の想定する解決方略が、児童のしかも一人ひとりの児童の思考方略と一致することはほとんどまれである。

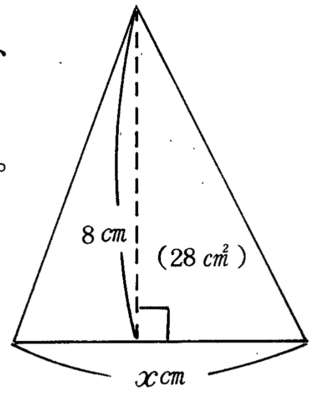
それが、たとえ入念な教材研究に基づく実践であっても、起こり得る場合があることを、ここで授業展開によって例証してみることにする。

小学校５年生に、「文字と式」という単元がある。
数量関係領域の内容であるが、図形の面積という大きな単元の中でなされることもある。いずれにしても、基本図形の求積公式は既習と考えてよい。さらに、体積（立方体、直方体）の求積法も学習して来ている。以下の展開は、この求積公式をもとにして、文字xを使って公式を利用して問題の解決を図ろうとするものである。

教科書にある典型的な例は右のようなものである。[5]（ここでは、平行四辺形について、底辺または高さを、文字xを使って求める学習は、前時までにすでになされている。）展開の概略は次のようである。

①三角形の求積公式を想起する。
②（底辺を）文字xとおいて立式する。
③（逆算の考えで）計算を実施し、結果を求める。
④結果を吟味する。

4 面積が28cm²で、高さが８cmの三角形の底辺の長さは何cmですか。
底辺の長さをx cmとして式に表し、答えを求めなさい。



①－④は、前時での学習活動を、再度問題解決の手順として、一応児童に発表させ確認する。これに従って、授業は次のような発問で進行する。

（T_1） わからない長さはどこですか。
（T_2） わからない長さxを求めるにはどんな順序で考えればよいのでしたか。
（T_3） 今日は三角形の場合を考えます。底辺xを求めるには先ず最初にどうするのでしたか。
（T_4） 面積公式にあてはめるとどういう式になりますか。

（T_5） どのように計算したらよいでしょう。
（T_6） 答が出てきたけど、これを答えとしていいのかな。
（T_7） それじゃ、次にこの問題（練習問題）をやってみよう。

□を用いての計算や、乗法・除法の関係、そして前時での問題解決のむしろ一般的方略（general strategy）を知っている児童にとって、一般的に妥当な展開であると思われた。練習問題を含めてほぼ一時間の範囲内で済んだのも事実である。

ところで、児童のthinking strategyは、このような単線的なものなのだろうか。参考のために、反応例を示しておく。（勿論、様々な反応をもって、児童の考え方が多様であるというつもりはない。）

（P_1） $x \times 8 \div 2 = 28$ ……(1)
$x \times 8 = 28 \times 2$ ……(2)
$x \times 8 = 56$
$x = 7$

（P_2） $x \times 8 \div 2 = 28$
$x \times 4 = 28$
$x = 28 \div 4$
$x = 7$

（P_3） $x \times 8 \div 2 = 28$
$x = 28 \div 8 \times 2$
$x = 7$

（P_4） $x \times 8 \div 2 = 28$
$x \times 8 = 28 \div 2$
$x = 14 \div 8$
$x = 1.75$

（P_5） $x \times 8 \div 2 = 28$
$x \times 8 = 28 \times 2 = 56 \div 8 = 7$

□にあてはまる数を求める練習成果は、（P_4),（P_5）の反応率をほとんど無くしていることによってうかがうことができる。また、挙手状況をみると、約7割の児童が（P_1）または（P_2）の反応であった。さて、時間配分からすると、（T_5）の発問で促される学習が本時の中心活動で、選ばれた解法（P_1),（P_2）が、指名された児童によって板書された。

興味深い質問が飛び出したのは、板書した児童（P_1）が黒板での説明を終えて、自分の席に戻ろうとした時であった。はっきりとした口調でのその質問は、「どうして、$x \times 8$と28×2が等しいのですか」というものであった。その口調からすれば、質問児童の反応もまた（P_1）であったことは、十分に察することができる。板書した児童がそれに答えるまでに、ほんの少し静かな時間があったが、その「間」は明らかに質問児童の疑問が、誰もに自らも尋ねたい事柄であることを自覚させた時間の流れであったように思われる。教室は一斉に黒板を注目した。

その児童の説明は、意外にもわかりにくかった。おそらく言いたいことは、$x \times 8$は割る（÷2）前は28×2と等しいはずだ、だから$x \times 8$と28×2が等しい、ということだったように思われる。児童によっては、「（÷2）だから、（×2）とやったのです」というように聞こえたかも知れない説明であった。当然先生も、そうであることを確認し、児童の説明を肯定した。ところが、多くの児童は同じような理由で、板書した児童と同じ手続きで解決しているのである。単に計算を問題にしたのではないと思える節がある。質問児童も他の注目した児童も、得心がいった表情ではなかった。むしろ、それは不満を表明していた。そして落ちつく先を、先生もそう言うし、結果もあっている（$7 \times 8 \div 2 = 56$）のだから、それでいいのだろうという所に見つけていったようである。また、多くの児童が練習問題にそれほど困難を感じないで解決していたのは印象に残ったことである。

表面的にはごく自然な流れに沿って進められたかにみえる展開である。けれども、児童の表情をみる限り、これを肯首する訳にはいかない。質問児童も他の聞き耳を立てた児童も、そして板書した児童も、解決へ導く依り所を求め、それを実感することを期待していたにちがいない。少なくとも本時ではそれが無視されていたのである。このような時の児童の正直な気持を、佐伯胖氏は次のように代弁している。[6]

先生のやり方、書き方、考え方をていねいに、まじめに真似ればすべてよい。少しでも「先生のやり方」とちがうと直されてしまう。そういうことを通して、「自分で考える」

ということができなくなりました。ボクが「自分で考えて」みたところで、先生の目から見れば、どうせバカバカしいことにきまっている。「自分で考えてごらん」、「わかった人」といわれても、「ハイ、ハイ」と手をあげる気になれない。先生が期待している通りのことを考えなければ、どうせ無視されて、先生は「ほかに？」といって見まわされる。するとデキの良い子がちゃんと「先生の考えていること」を当てたような答をする。……

こうした状況 ── すなわち、教師の解決方法（あるいは'unidirectional instruction'）と児童の思考方略のずれ ── がしばしば繰り返されると、児童は自らの意志とは全く異なる所に、教室ですべきことは何かを、漸次、決定させられてしまうことになると思われる。目に見える活動に著しい変化はないとしても、彼等の内面的な学習意欲(やる気)はこれと比例して、── 加速度的に比例して委縮し始めることは明らかである。そこで次に、質問児童に代表される疑問に対して内観的分析を行ない、文字記号の使用を学習する数学教育的価値について考察を進めることにする。

4. 分析と考察 ── 文字記号使用の重大なる価値 ──

質問は、言葉では「$x\times8$と28×2はどうして等しいのですか」というものであった。解決済みの問題なのに、どうしてそんなことを……というのが、質問直後の教室の雰囲気であったが、それがすぐに「そう言われてみれば…」と変化したのも事実である。数学的には、(1)と(2)の同値関係は等式の性質や乗法の結合法則などによって証明できることであるが、今まで逆算をもとにして考えて来た彼等にそれを要求するのは無理というものである。当惑気味で説明した児童の説明も、この意味においてもちろん誤りであるとは言えない。それでは、注目した児童一人ひとりが、積極的に(1)と(2)とは同値な（方程）式であると承認し得なかった理由はいったいどこにあったのだろうか。

そのために、前時の平行四辺形の底辺、或いは高さを求めた場合の活動を想起しよう。解決の手続きは、ほぼ同じであると考えてよい。そこでは、$x\times\mathrm{a}=\mathrm{b}$、$x=\mathrm{b}\div\mathrm{a}$で求められる。この時には、おそらく、上のような質問はなかったと思われる。解決は本時の場合に比べて直接的なのである。もし、質問があったとしても、（$\times\mathrm{a}$）の前は、（$\div\mathrm{a}$）だから、$x=\mathrm{b}\div\mathrm{a}$となります、という説明で多くの児童は納得しているはずである。

と言うことは、本時の三角形の場合異なるのは、$x\times8\div2=28$の（$\div2$）という部分である。このことを考えると、少なくとも次のようなことが言える。平行四辺形では、$x\times\mathrm{a}=\mathrm{b}$、$x=\mathrm{b}\div\mathrm{a}$の算の操作は、児童が各々の段階で自分はどんなことを考えてその操作を施しているのか認識し得る範囲のものである。ところが、三角形の場合、(1)式から、(2)式への移動で、そこに飛躍が生じると考えられる。すなわち、(2)式で、$x\times8=28\times2$というとき、両辺ともに三角形のイメージが突如として消失するのである。これが、質問した児童の言外の意味であったことは想像に難くない。

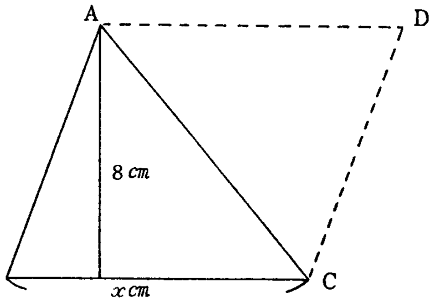
つまり、質問児童は、(i)と(ii)の同値関係についての構文的説明を求めていたのではなく、心から承認し得る意味的説明を要請していたと考えられるのである。人間の認知様式を三つに区分し、その順序性を示唆したJ.S. Brunerの理論によれば、彼等は映像的表象（iconic representation）による認知を要請したということになる[7]それにしても、5年生のこの段階の児童の認知様式が、個人差はあるとしても、映像的表象と記号的表象（symbolic representation）による認知の渦渡期にあることを、認識すべきであろう。

このような分析は、次時の台形に関する問題解決の際にも重要な意味をもつ。なぜなら、平行四辺形の場合、xを使って公式を利用して解決できたから、三角形の場合もできると考える短絡的論理に鋭い批判を投ずることができるからである。もともと、平行四辺形の時にできたからといって、三角形の場合にも公式を利用すればできるという保証は全くないのである。むしろ、代数的処理はそれを保証し得るものであることを学ぶことが、本単元における学習なのではないだろうか。これを意図した学習で

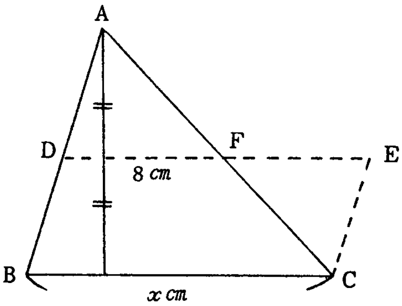
あれば、台形の上底の長さを求めようとする際にも、安心して学習に取り組むことができるのではないかと思われる。

それでは、児童の言外の質問内容に適切な説明は得られないものだろうか。実は、彼等の要求するイメージを保持することは可能である。(ii)式で突然消失したように思えるが、実際には考え易いように新たな図形を作っているのだ、そう考えた方がよい。「考え易いように新たな図形を」とは言え、この段階で、解決可能性について既知であるのは平行四辺形の場合についてである。

(P_1)



(P_2)



(P_1) $x \times 8 = 28 \times 2$ は、△ABCと合同な図形(△CDA)を合わせて、▱ABCDの底辺を、(P_2) $x \times 4 = 28$ は、高さが半分の▱DBCEの底辺を求めることに帰着させていることがわかる。(∵△ADF≡△CEF)つまり(P_1)、(P_2)は各々、倍積変形、等積変形というideaに基づき、異なる作業をしていることになるのである。こうした実感を持ってはじめて、三角形の場合にも確かに公式を利用して解決できることが実証されるのである。

安西祐一郎氏は、「目標を達成するために、意図的に特定のイメージを思い描くことがあるかどうか」を論じ次のように述べている。[8]

> イメージというのは、自然に心に浮かんでくるようなものばかりでない。むしろ、何かの問題を考えるにあたって、問題解決の助けになるように意図的に創られるものもある。<中略>自分の問題解決のために都合のよいイメージを創り出せること、確かに私たち人間には、そういうことが可能なのである。

機械でなく、人間だけが持つ特有の能力、これを育成することは大切なことである。勿論、この場合には、達成すべき目標が、問題解決者自身明確でなければならない。先の例で教師に要請されることは、児童の疑問を的確に把握し、何が問題であるのかその場の解決目標を焦点化し、示唆するということである。つまり、児童に教えなければならないのは、そこで本質的な問題は何か、ということなのである。換言すれば、教えるべきことは「問題」なのであって決して答の求め方とか答ではないのである。[9]その「問題」を曖昧にしておいて、むしろ児童自身が探し出すべき解決法を、恰もその方法が最善の方策であるかのように提示してしまうのは、算数・数学は数学的問題を解決するための解決法を一つ一つ覚えることだ、という誤った認識を児童にもたせることになる。H.Freudenthal 氏は、

> Children should be granted the same opportunities as the grown-up mathematician claims for himself. Telling a kid a secret he can find out himself is not only bad teaching, it is a crime.

とも述べている。[10] この警告は傾聴に値する。

心理学的立場から、本時の学習の価値について述べたが、イメージを創り出すとは言っても、ここでは基本的には、既習事項に帰着させるという原理を忠実に遂行しただけである。そこで次に数学的な立場から、この学習の価値について考察してみよう。

本時の学習課題に対する適切な解は、(P_1)、(P_2)によってしか得られないというのではない。事実、(P_3)によっても正しい解が得られるのだが、これがもう一つの価値を暗示している。もちろん、(P_3)が(P_4)に構文的意味において近接した解決である場合問題ではあるが、(P_1)、(P_2)を踏まえて、なおかつ(P_3)によって、解決が可能であることを理解するのは、重要なことである。これは、(P_1)、(P_2)

の活動の際にも一時的に生起したように、たとえイメージが消え失せてしまうような事態でも、数学的必然的秩序に従えば代数的処理が可能であることを意味する。すなわち、文字記号は、言葉の煩わしさを避けて思考を進めるときの有力な手段 ── 数学的武器なのである。

ただし、次のことは注意を要する。算数・数学教育は、必ずしも思考の純粋形式としての数学を教えるというのではない。前原昭二氏は、数学を旅に譬えると、記号や式は「乗りもの」に相当すると述べているが、[11]数学教育では、乗ったら降りられないという「乗りもの」ではなく、いつでも乗り降りが自由に出来る「乗りもの」として学習される必要があると思われる。この意味で、T.Dantzigの見解は、教育的であると思われるので、次に引用しておく。[12]

> 私にとってはこの記号使用の莫大なる重要さは、人間の思考界から直観を追い払うという実のない企てにあるのではなく、思考の新たな形式を創造するのに直観を助ける測り知れない力を有する所にあるのである。

整理された式に解析的手続きを論理的に施し、効率的に簡易化を図り、目標を達成する、このことは、文字、式のもつ優れた価値である。そしてそのプロセスは論理的に誤りがない限り証明の過程と見做される。人はこれによって納得させられるだろうが、しかし、それが必ずしも個々人の理解の過程とは言えないことを銘記すべきである。[13] Dantzigが述べるように、文字、式は、あくまでも'productive'であってこそ意味があるのである。

5. ま　と　め

児童の問いかけを、「勇気を持って投げかける疑問」と感じてしまうのは、日本人がこれまではぐくんできた文化的伝統のせいだろうか。それは自然な問いかけであるかも知れないて、いずれにせよ彼等の「問い」は実に興味深いものである。その問いに目を向けて、授業での解決過程と対比しながら、その時の表情を思い浮かべ、児童に問われている内容にさらに踏み込んで、彼等の思考方略を検討した。これは勿論、順調に進み、済んだかにみえる授業の再検討を、或いはもう一つ別な立場から観ることを、意図したものである。

確かに、そうした授業でも、彼等の学習活動は積極的で、能率的ではある。また、冒頭述べた特徴的事柄に増して著しいのは、その中でも自分なりに考えようとしているという事実である。しかも、「なぜ等号で結べるのか」という問いが示すように、むしろ一応の解決を見た後で、はじめて自分なりに考えようとしている。先に、これは児童が学習したという実感を求めているのではないか、ということを述べたが、換言すれば、毎時間の学習内容が（数学的）事実として個々に存在することを認めたくないと言うことであるかも知れない。学習の実感を得るために、視覚的補助材料とか豊かなイメージとかあるが、それだけに限らないことを考えれば、広い意味で、学習の手ごたえと言ってもよいものを求めているように思われるのである。

それは、できるだけ長く頭のどこかにこの知識を貯蔵し、できれば必要な時に自由に取り出して利用したいと言う思考作用であるかも知れない。それには、既習経験に適切に位置づけられることが望ましい。と言うのは、新しい情報と既有知識との有機的結合は、サイクリックな知識の再生を可能にし、記憶を促進すると共に、知識の適切な活用により思考を活性化することができるからである。従って算数の指導では心理学で言う体制化 ── すなわち、既存の知識の枠組の中に新たな情報を組み込むという内面的行動が一層重視されなければならないであろう。

さらに、実践的側面からの考察を加えるとすれば、彼等のこうした活動を促すために、

(i)児童は（教科書に）書かれたことだけを学習するのではない。
(ii)学習したいと望んでいることは、彼等の「問い」に隠されている。従って、
(iii)これ（「問い」）を享受し得る教育環境が必要である。

ことなど配慮することが必要であろう。これらは、次のことを意味する。つまり「信じるための疑問は、ときには強烈に破壊的になりうる[14]」とも言われるが、学習しよう、理解しようとしている児童の期待に応えるためにも、学習する価値を各々の教材の中に発掘しておいてやると共に、どう教えるかではなく、何をどう学ぶかという立場で授業の構成や展開を考える、ということである。

そうすれば、教師自身先ず第一に「何故ボクはこの学習をしなければならないのか」に答えなければならないし、また実践においても児童の言葉でそれに応じることができるはずである。そして何よりも、予想外の児童の問いに対しても、広い心open-mindednessで対処し得るゆとりを持つことができる。それがひいては、Callahan氏の述べる調和的結合を保持しながら、児童のもつ個性や独自性を一層発展させることになると思われるのである。

＜註・参考文献＞

(1) 松原元一「数学的見方、考え方」pp203 − 205　国土新書　1977. 9. 15　（初版）

(2) L.G. Callahan "Pressing Problem in Primary Mathematics Programs ; Time, Texts and Tests" NCTM. A.T. 誌　VOL.33, №.2,　1985. 10

(3) W.W. Sawyer「数学のおもしろさ」　東健一訳　P48　岩波書店　1956. 2. 15

(4) 「新訂　小学算数」　3年生（上）　教育出版株式会社　昭和61年度用

(5) 同　上　5年生（下）

(6) 佐伯胖「「わかる」ということの意味」pp104 − 105　岩波書店　1983. 9. 26

(7) J.S. Bruner "Toward A Thesry of Instruction" W.W. Norton & Company. Inc. 1968.

(8) 安西祐一郎　「問題解決の心理学」　中央公論社刊　1985. 3

(9) R.Madell "Children's Natural Processes" NCTM. A.T.誌　VOL.32, №.7, 1985. 3

(10) H. Freudenthal "Geometry Between The Devil and The Deep Sea" ESM 誌 p424　VOL.3, №.3/4　Reidel Publishing Company.　1971. 9

(11) 赤攝也他編「数学のすすめ」pp20 − 30　筑摩書房　1975. 4. 15（九刷）

(12) T. Dantzig「科学の言葉＝数」　河野伊三郎訳　p131　岩波書店　1954. 8. 20（4刷）

(13) 平岡忠他編　「新しい視点からの教材研究　数・式、関数」　pp76 − 85　最新中学校数学科指導法講座　3.　明治図書　1985. 3

(14) 佐伯胖　「わかり方の根源」　pp63 − 64　小学館　1984. 12. 20

（本分校　助教授　数学教育）